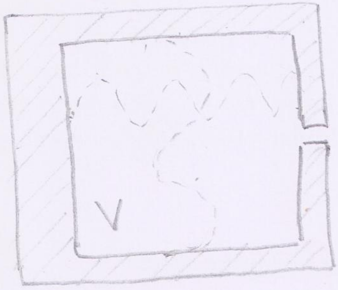
Radiación de Cuerpo negro

ν : frecuencia λ : longitud de onda   1

V = volumen de la cavidad

T



(1) $N(\nu)d\nu = \dfrac{8\pi V}{c^3}\nu^2 d\nu$ = # de ondas estacionarias en el rango de frecuencia entre ν y $\nu+d\nu$ contenidas en el volumen V

(2) $\dfrac{N(\nu)\,d\nu}{V} = \dfrac{8\pi}{c^3}\nu^2 d\nu$ = # ondas estacionarias por unidad de volumen en el rango de frecuencia entre ν y $\nu+d\nu$

Teoría Clásica ✓ La energía de cualquier ente es continua

✓ En un sistema en equilibrio a temperatura T (formado por una cantidad apreciables de entes) se cumple el Teorema de Equipartición de la energía:

✓ Energía promedio por cada grado de libertad es $\frac{1}{2}k_B T$ (k_B = constante de Boltzmann)

✓ Cada onda estacionaria tiene dos grados de libertad

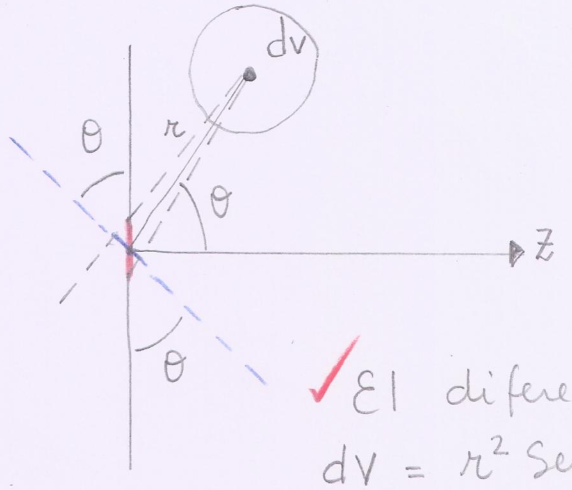
$\Rightarrow k_B T$ = energía promedio de cada onda estacionaria

(3) $\left(\dfrac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3}\right)k_B T$ = energía por unidad de volumen en el rango de frecuencia entre ν y $\nu+d\nu$

$\shortparallel$

$\underbrace{\rho_T(\nu)\,d\nu}_{\text{densidad de energía en el rango de frec. entre } \nu \text{ y } \nu+d\nu}$

Relación entre $\rho_T(\lambda)$ y $R_T(\lambda)$



✓ El área del agujero (roja) A multiplicada por $\cos\theta$ es igual a $r^2\Omega$, siendo Ω el ángulo sólido correspondiente al área azul.

$$A\cos\theta = r^2\Omega$$

✓ El diferencial de volumen es

$$dV = r^2 \operatorname{Sen}\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr$$

✓ La densidad de energía en el punto donde se encuentra el diferencial de volumen es $\rho_T(\lambda)\,d\lambda$

✓ La energía en el punto donde se encuentra el dV es $\rho_T(\lambda)\,d\lambda\,dV$.

✓ La energía que pasa a través del agujero (proveniente de la energía anterior de dV) es una fracción igual a $\rho_T(\lambda)\,d\lambda\,dV\,\frac{\Omega}{4\pi}$.

✓ La energía proveniente de todos los puntos situados a la derecha de la superficie (que atraviesa el agujero en un tiempo t) es

$$\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{0}^{r=ct} \rho_T(\lambda)\,d\lambda\,dV\,\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi}\int_0^{r=ct}\Omega\,dV$$

$$= \frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{4\pi}\iiint \frac{A\cos\theta}{r^2}\,r^2 \operatorname{Sen}\theta\,d\theta\,d\varphi\,dr = \frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda\,A}{2}\,ct\int \cos\theta \times \operatorname{Sen}\theta$$

$$= \left(\frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{2}\right)c\,(At)\int_0^{\pi/2}\frac{\operatorname{Sen}(2\theta)}{2}\,d\theta = \left(\frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{2}\right)c\,(At)\,\frac{1}{2}\left(-\frac{\cos(2\theta)}{2}\right)$$

$$= \frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{4}\,c\,(At) \Rightarrow R_T(\lambda)\,d\lambda = \frac{\rho_T(\lambda)\,d\lambda}{4}\,c$$

$$R_T(\nu)\,d\nu = \frac{c}{4}\,\rho_T(\nu)\,d\nu \qquad (5)$$

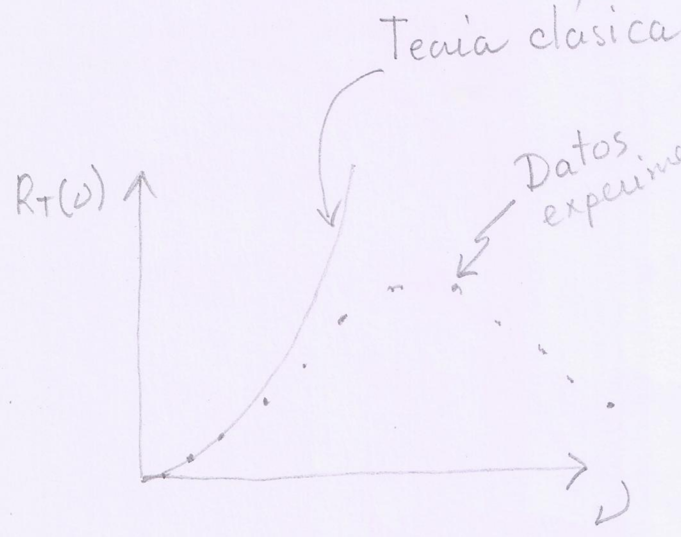
$$R_T(\nu)\,d\nu = \frac{c}{4}\,\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\,k_B T\,d\nu \qquad (6)$$

$R_T(\nu)\,d\nu$ = Potencia irradiada por unidad de área (Intensidad) en el rango de frecuencia entre ν y $\nu + d\nu$ (a una temperatura T

$$[R_T(\nu)] = \frac{W}{m^2\,Hz}$$

$$\boxed{R_T(\nu) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\,k_B T} \qquad (7)$$

(Rayleigh-Jeans)



Catástrofe del ultravioleta

Cambio a $R_T(\lambda)$ $\qquad \lambda\nu = c \qquad \nu = c/\lambda \qquad \frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$

$$R_T(\nu)\,d\nu = -R_T(\lambda)\,d\lambda \Rightarrow R_T(\lambda) = -R_T(\nu)\,\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{2\pi(c/\lambda)^2}{c^2}\,k_B T\left(-\frac{c}{\lambda^2}\right.$$

$$\boxed{R_T(\lambda) = \frac{2\pi c\,k_B T}{\lambda^4}} \qquad (8)$$

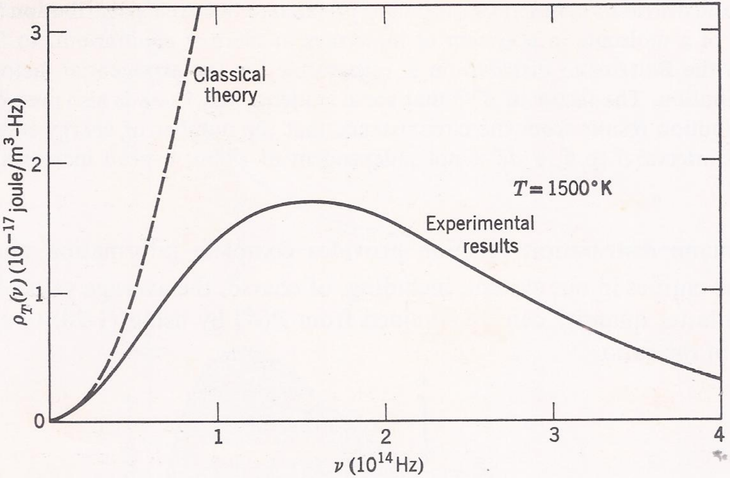


FIGURE 1-8

The Rayleigh-Jeans prediction (dashed line) compared with the experimental results (solid line) for the energy density of a blackbody cavity, showing the serious discrepancy called the ultraviolet catastrophe.

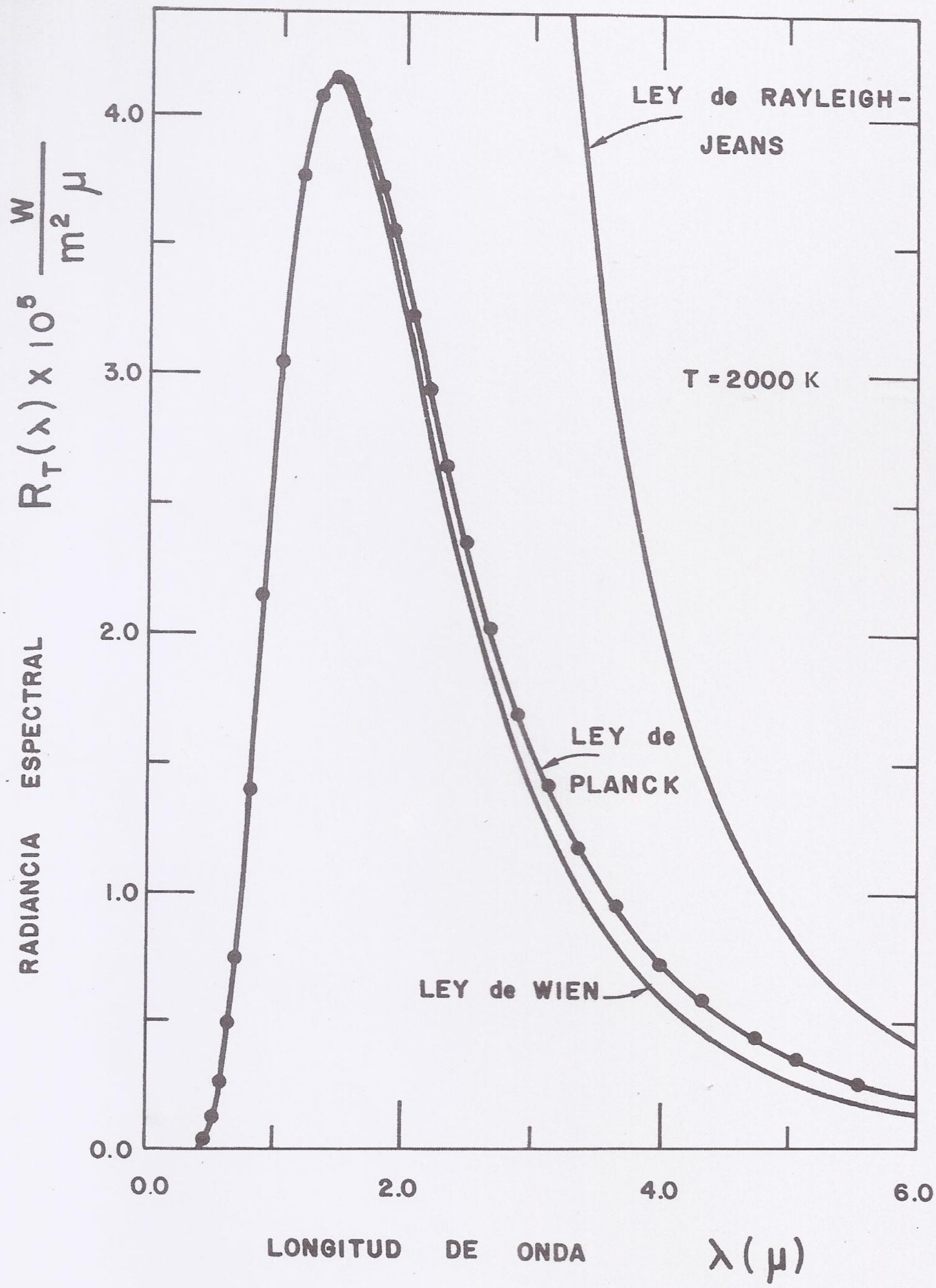


Fig. 23.2-3

$C = 2.998 \times 10^{8}$ m/s $\quad k = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K

LEY DE R-J

$$R_T(\lambda) = G\,\frac{T}{\lambda^4}$$

LEY DE PLANCK

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5}\,\frac{1}{\left(e^{hc/kT\lambda} - 1\right)}$$

$h = 6.626 \times 10^{-34}$ J.s

C = velocidad de la luz

k = constante de Boltzmann

T = Temperatura en K

$T = T_c + 273$